

#### 以下の問題を解いてください

1. 以下の方程式を満たす $x_1$ ,  $x_2$ を求めなさい.

15 
$$\left(1 + 2\left(\frac{x_1}{100}\right)\right) = 20\left(1 + 2\left(\frac{x_2}{300}\right)\right)$$

tetel,
$$x_1 + x_2 = 400$$

$$x_1, x_2 \ge 0$$

2. 以下のzが最小となるときの $x_1$ ,  $x_2$ を求めなさい。  $\checkmark$ 二次関数の最小化

$$z = 15x_1 \left( 1 + 2\left(\frac{x_1}{100}\right) \right) + 20x_2 \left( 1 + 2\left(\frac{x_2}{300}\right) \right)$$

$$to to U,$$

$$x_1 + x_2 = 400$$

$$x_1, x_2 \ge 0$$

# 本講義の狙い

- 道路交通という,人々が身近に体験している 社会基盤について,その計画や管理に数学の 知識は様々な形で関わっています.
- 本講義においては、交通計画という専門領域に関して概説するとと もに、数学を活用した一例として交通量配分の考え方にふれます。
- 直感的に理解できる人の行動が数式で表現可能であり、その考え方を基本として道路の交通渋滞状況が再現できることを述べます。これを通じ、数学と現実社会の接点を垣間見てもらえればと考えます。

# 交通計画とは何か

- 交通整備(道路建設,鉄道建設など)は, 莫大な費用がかかり,なおかつ完成まで に時間がかかる.
  - > 今後の人口変化、社会経済の変化を踏まえ、交通需要がどのように変化するか
  - ▶ 数ある選択肢から最適な施策を選定するにあたり、各代替案実施によってどの 程度効果が期待されるか
- 想定する将来(例えば20年後)における交通需要を予測し、それに 見合った計画の是非を検討しなければならない。
  - ▶ このようなニーズに対して、合理的な交通整備効果の予測方法を検討していた のが「交通計画」という専門領域

中京圏のホットな交通計画

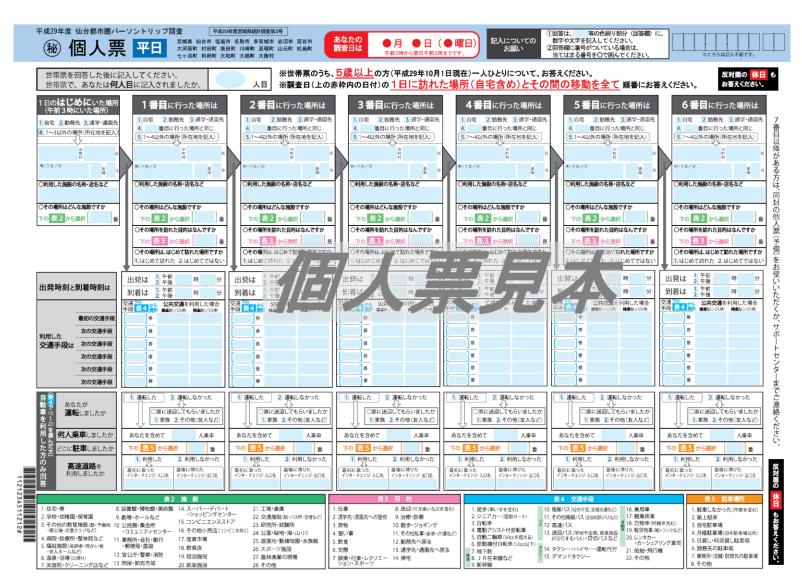


現在も多くの交通計画が実施されている。このような大規模プロジェクトを実施する際にどのような手続きをしているのだろうか?



道路整備計画を例に説明

# 交通計画のための調査:パーソントリップ調査(まずは人の動きを理解しないといけない)



出典: 仙台都市圏パーソントリップ調査 (https://www.pref.miyagi.jp/site/pt/pt-tyousahyou.html)

# 道路交通計画の手順一四段階推定法一

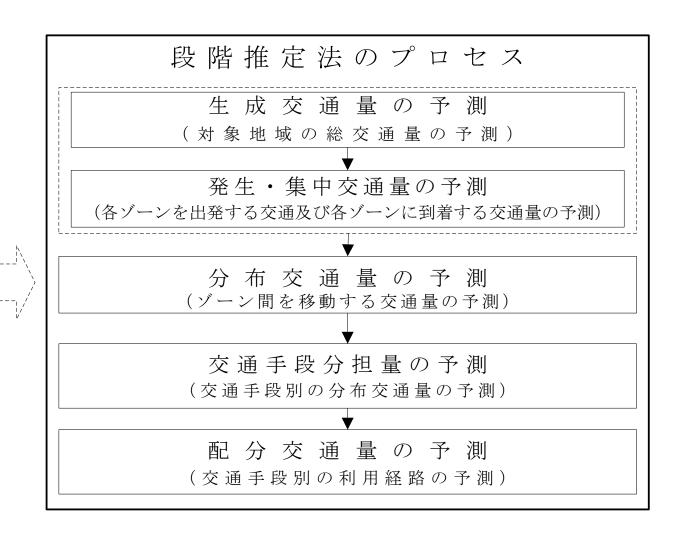
段階推定法の準備

対象地域の設定

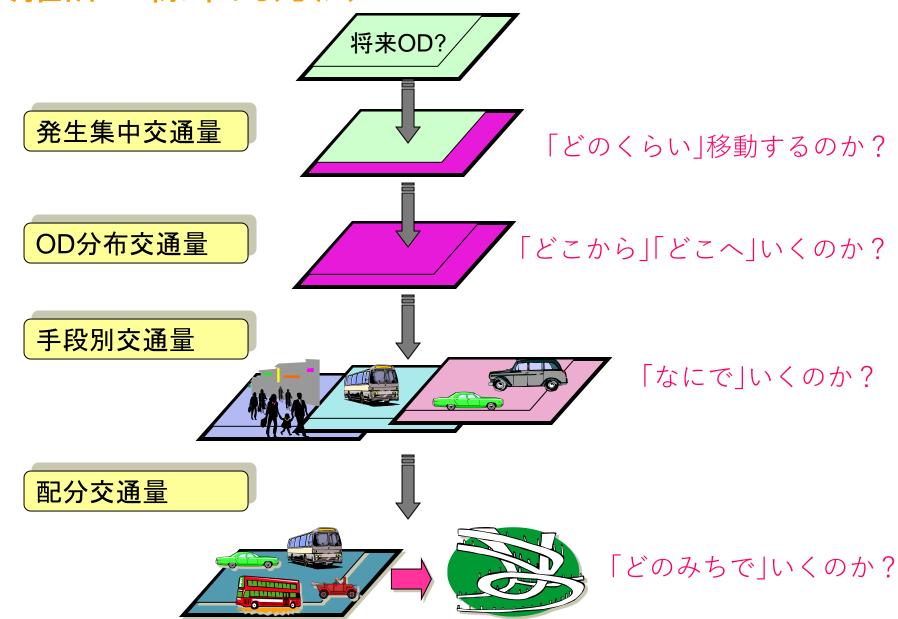
ゾーン分割と交通ネットワーク

現況及び将来の土地利用

社会経済指標の収集



# 交通需要推計の標準的方法



# 交通量配分(traffic assignment)とは

- 需要予測の最終段階に位置づけられる
- 交通手段別のOD交通量をネットワークに割りつけ (assign),ネットワークを流れる交通量を求め ること
- 調査から選択肢を設定することはなかなか難しい
  - どの経路を利用したかを書いてもらうことは可能
  - ▶ どの経路を利用する可能性があったかを聞くことはほぼ不可能
- そもそも交通量を観測することも簡単ではなかった!
- 配分交通量を考えるためのヒント
  - ▶ もし渋滞がなければ、みんな一番早いと思われる経路を使う
  - ▶ しかし、実際は混雑のため、他の経路を使う人もいる
  - ▶ ドライバーは、何かの意思を持って経路選択をしているはず。
  - ▶ 納得できるような経路の決め方(経路選択規範)を決めることができれば、みんなの 経路選択行動を表現可能ではないか

# 様々な経路への交通の分布の考え方 (Wardrop, 1952)

- 利用者が自由な行動をしたときの状態
  - ▶ 利用者が最も所要時間の短い経路を選択するとしよう。このとき、利用されている各経路の所要時間は等しく、それらは利用されない経路の所要時間より小さいか、せいぜい等しくなる。

みんなにとって同じ所要時間となる. また,経路 を変更したとしても所要時間を短くできないため, 経路変更をする動機を持たない.



利用者均衡状態 (User Equilibrium, UE)

- 道路の使われ方として最適である状態
  - > 平均的な所要時間が最小である

みんなが移動した場合に総所要時間が最小となる. 移動することが「費用」であるとするならば、社 会的にとって最適な状態となる.



社会的最適状態 (Social Optimum, SO)

# 混雑の表現方法(リンクコスト関数)

道路を利用する人が増えれば渋滞 し, 所要時間が増加することを数 式で表す

$$t(x) = t_0 \left\{ 1 + \alpha \left( \frac{x}{Q} \right)^{\beta} \right\}$$

:道路を利用する交通量

:誰も利用していないときの所要時間

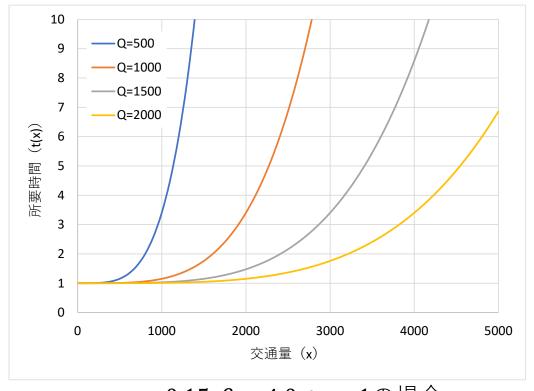
: 交通容量(最大限流れる交通量)

 $\alpha, \beta$ :  $\beta > \beta > \beta$ 

アメリカ道路局 (Bureau of Public Road) の観測では...

$$\begin{cases} \alpha = 0.15 \\ \beta = 4.0 \end{cases}$$

lpha=0.15 eta=4.0 BPR関数とよばれ,全世界で利用されている.



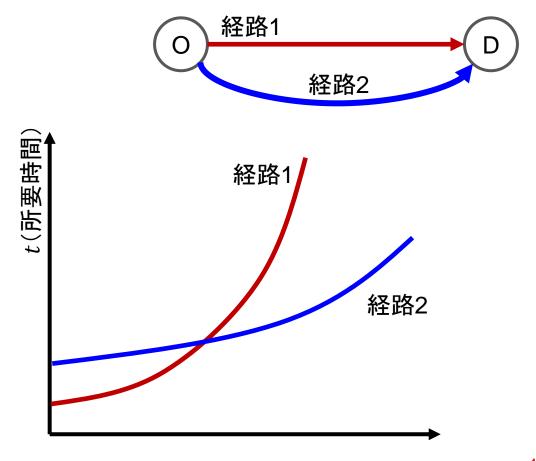
 $\alpha = 0.15, \beta = 4.0, t_0 = 1$ の場合

BPR関数は,実際の道路における車両の所要時間を観測し,経験的に導き出したもの

# 簡単な例で利用者均衡状態を考えてみよう

- ある出発地(Origin, O)から目的地(Destination, D)までに2つの経路(経路1,経路2)があったとする.
  - ➤ 経路1は、出発地と目的地を直線 距離で繋ぐが車線数が少なく交通 容量が小さい(混雑しやすい)
  - ightharpoonup 経路2は、バイパスの位置づけで 走行距離が長いため $t_0$ は大きいが 車線数が多く交通容量が大きい (混雑しにくい)

利用者均衡状態を考えてみよう



#### 利用者均衡の条件

- 利用者均衡条件の記述
  - ightharpoonup 以下の2つのケースが考えられる(経路1の方が $t_0$ が短いとすると)

#### 経路1のみ使われるケース

$$x_1 = D, x_2 = 0$$
 交通需要(移動したい交通量)

$$t_1(D) \le t_2(0)$$

経路1を全ての車が使った場合の 所要時間 $t_1(D)$ が経路2の誰も使っ ていない場合の所要時間 $t_2(0)$ より も短い

#### 経路1と経路2の両方が使われるケース

$$t_1(x_1) = t_2(x_2)$$

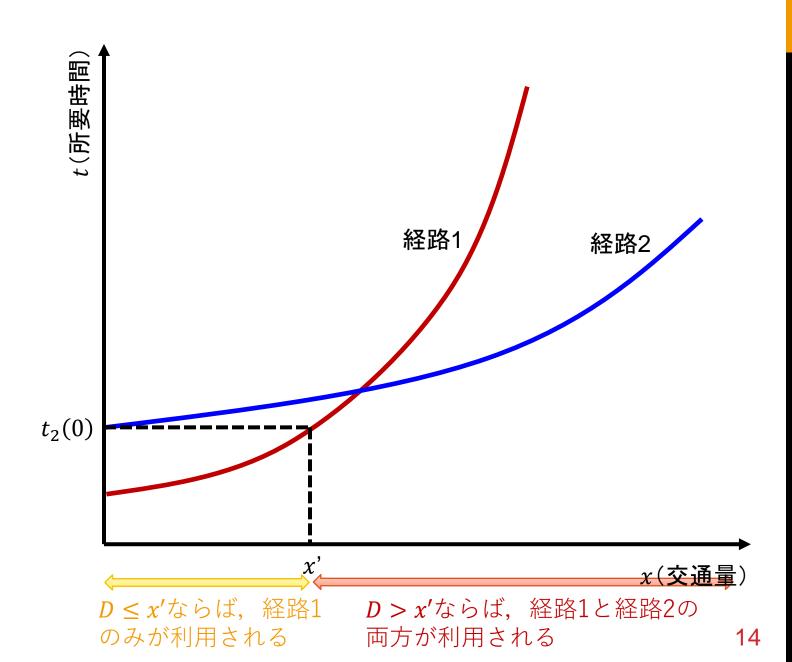
$$x_1 + x_2 = D$$

交通需要が経路1と経路2の交通量に割り振られる

経路1,2ともに使われ,その所要時間 $t_1(x_1)$ と $t_2(x_2)$ が等しい

# 最適解の考察

- ・ 交通需要Dが $t_1(x) \leq t_2(0)$ を満たすx'以下の場合
  - ▶ 経路1のみが利用される
- ・ 交通需要Dが $t_1(x) > t_2(0)$ を満たすx'以上の場合
  - ➤ 経路1と経路2の両方が 利用される



#### 簡単な場合の最適解の求め方(UE)

• 下記の条件の時の利用者均衡状態を求めよう

$$t_1(x_1) = 15\left(1 + 2\left(\frac{x_1}{100}\right)\right), t_2(x_2) = 20\left(1 + 2\left(\frac{x_2}{300}\right)\right), D = x_1 + x_2 = 400$$

計算方法:まず、元々の所要時間が短い経路1を全員が使うとすると…

$$t_1(400) = > t_2(0)$$

これより、2つの経路が両方使われるはずである。そのため、以下の方程式を解く。

$$15\left(1+2\left(\frac{x_1}{100}\right)\right) = 20\left(1+2\left(\frac{400-x_1}{300}\right)\right)$$

$$x_1 =$$
  $x_2 =$  このとき、

$$t_1 = t_2 =$$

本当は $\beta = 4$ などで計算したいのですが、そうすると手計算で解を求めるのが困難なため、 $\beta = 1$ としています。

# システム最適状態(SO)を考えてみよう

- システム最適状態の記述
  - ▶ みんなが移動する中で、総所要時間が最小のものを 選択する
  - > 最適化問題として記述

$$x_1t_1(x_1) + x_2t_2(x_2) \rightarrow 最小化$$

各経路を通行する車両の所要時間の 総和が総走行時間になる

ただし、

$$x_1 + x_2 = D$$
  
 $x_1, x_2 \ge 0$ 

各routeの交通量の和が全体の交通需要になる

$$t_1(x_1) = 15\left(1 + 2\left(\frac{x_1}{100}\right)\right), t_2(x_2) = 20\left(1 + 2\left(\frac{x_2}{300}\right)\right), D = x_1 + x_2 = 400$$

# 簡単な場合の最適解の求め方(SO)

• 下記の条件の時のシステム最適状態を求めよう

$$15x_1\left(1+2\left(\frac{x_1}{100}\right)\right)+20x_2\left(1+2\left(\frac{x_2}{300}\right)\right) o min$$
 ただし、 $x_1+x_2=400$   $x_1,x_2\geq 0$  計算方法:以下の最小化問題を解く

$$15x_1\left(1+2\left(\frac{x_1}{100}\right)\right)+20(400-x_1)\left(1+2\left(\frac{400-x_1}{300}\right)\right)$$

$$x_1, x_2 \ge 0$$

このとき, 
$$x_1=$$
 , $x_2=$  目的関数 =

# 最適解の比較

	利用者均衡	システム最適
経路1 交通量	134.62	128.85
経路2 交通量	265.38	271.15
経路1 所要時間	55.38	53.65
経路2 所要時間	55.38	56.15
総所要時間	22153.85	22139.42

- 利用者均衡状態時には…
  - ▶ 経路1,2の所要時間が等しい→利用者にとって平等
  - ▶ 総所要時間はシステム最適よりも大きい
- システム最適状態時には・・・
  - ▶ 経路1,2の所要時間は等しくない→経路2利用者は、経路1を使いたがる.
  - > 総所要時間は利用者均衡より小さい

利用者均衡状態とシステム最適状態の交通状況は一般的に一致しない

#### 計算結果からいえること

- 交通量が増えれば、全体の所要時間が増加してしまう.
  - > 渋滞が発生する
- 渋滞が発生すると道路の利用が非効率になる
  - ▶ 渋滞が発生した場合には、強制的にでも空いている経路に誘導した方がよい。
- 混雑する道路の方が少し所要時間が早いぐらいが全体としては最適である

#### このような状態をどのように導くのか?

- 例:
  - > 経路の所要時間をみんなに知らせる
  - ▶ 渋滞している道路を利用する人からお金を取る? (ロードプライシング)
  - ▶ 迂回してくれた人に特典を与える?

# 実際に行われている事例

# (NEXCO西日本中国道リニューアルプロジェクト)

中国自動車道中国池田IC~吹田JCTを通行止め し工事を実施

 クーポンがご利用できる店舗

下記のサービス・パーキングエリアの ショッピングコーナーでご利用いただけます

https://kansai-renewal.com/2021\_chugoku/detour/

お得なクーポンを設定して積極的な迂回を促す →このような施策の効果を交通量配分によって 事前評価可能



#### これからの交通計画

- 高度経済成長期における「交通計画」は、 もっぱら道路建設を前提としたもの
- 近年は環境意識の高まり、公共事業削減の機運などにより、交通計画のターゲットもシフトしてきている
  - ▶ クルマを賢く使うための方法の提案(カーシェアリング)
  - クルマを使わなくてすむような都市形態(コンパクトシティ)
  - > 環境に優しい交通機関の利用促進(自転車道の整備)

このような施策に対しても、その効果を何らかの形で予測することが求められている.

# おわりに

- ・ 交通計画には様々な数学的知識が多用されている.
- 交通の現象を理解し、それに起因する渋滞や交通事故などの問題を 解決するためには数学の活用が非常に有用である。
- 数学を理解することは、新しい言語(しかも万国共通)を身につけることに近い.
- 数学がコンピュータと融合することでさらに幅がひろがっていく。
- 数学が現実と結びついており、かつ重要な役割を有していることを 感じ、興味をもつ学生が増えてくれればうれしいです。

質問があれば気軽に倉内まで kurauchi@gifu-u.ac.jp